

Bài 29

HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Khái niệm, thuật ngữ

Hệ số góc của đường thẳng

Kiến thức, kĩ năng

- Nhận biết khái niệm hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).
- Sử dụng hệ số góc của đường thẳng để nhận biết và giải thích sự cắt nhau hoặc song song của hai đường thẳng cho trước.

Đặt vấn đề

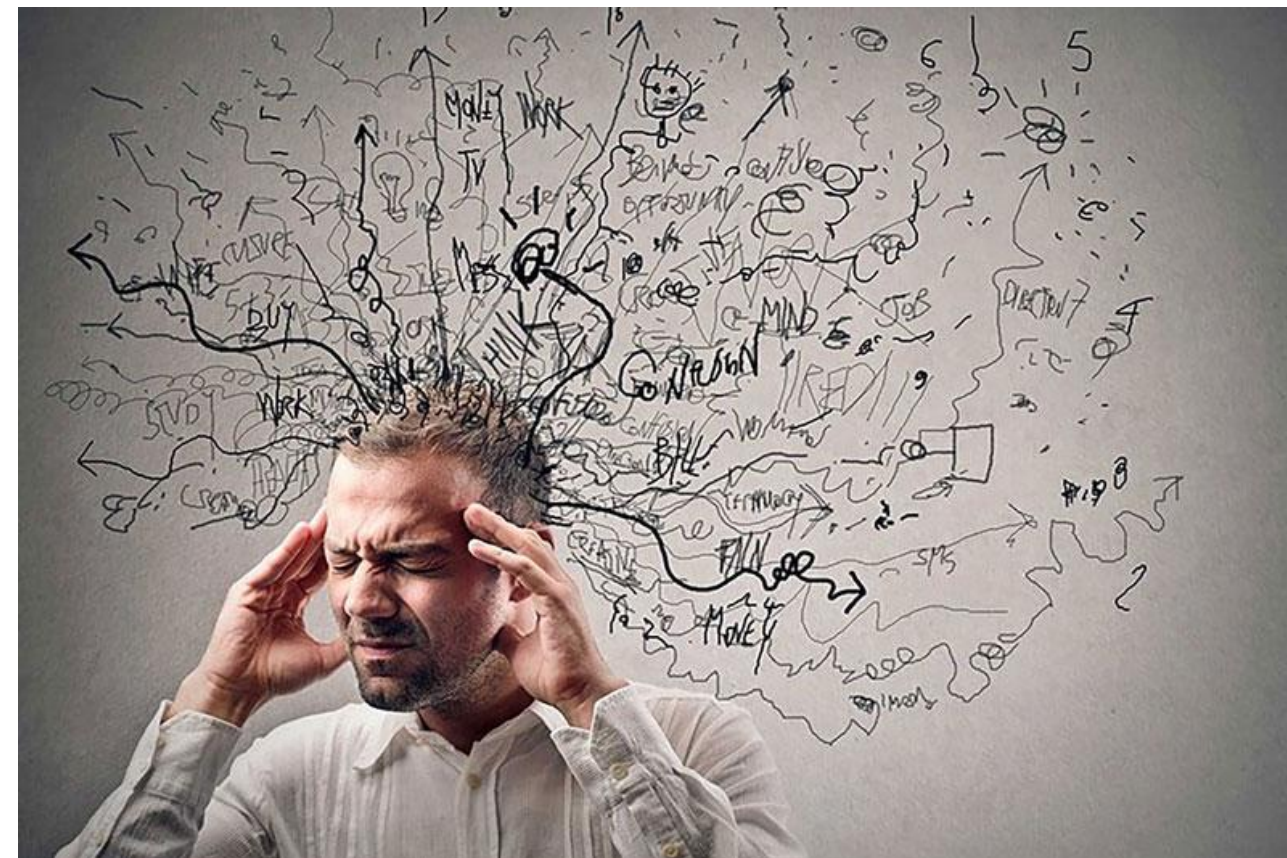
Làm thế nào để biết hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ song song hay cắt nhau nhỉ?



Cứ vẽ hai đường thẳng này trong cùng mặt phẳng tọa độ Oxy là biết ngay mà!



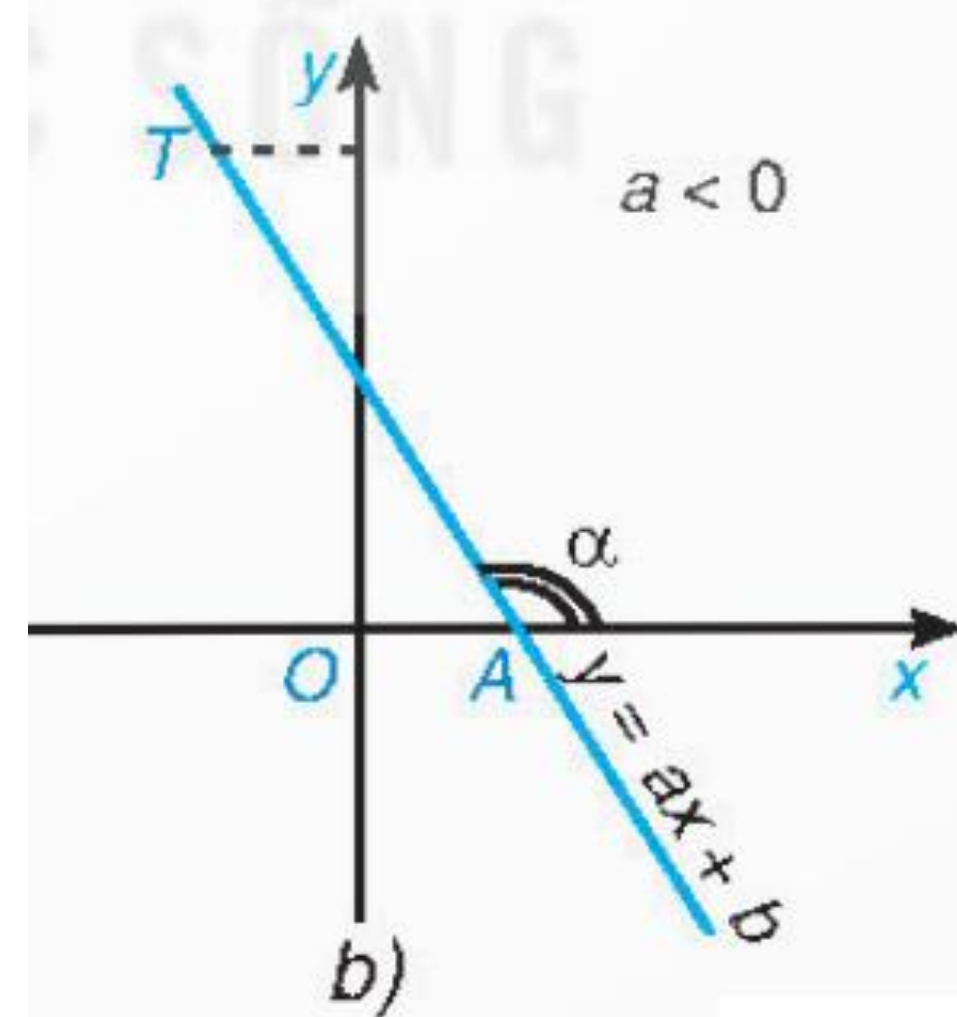
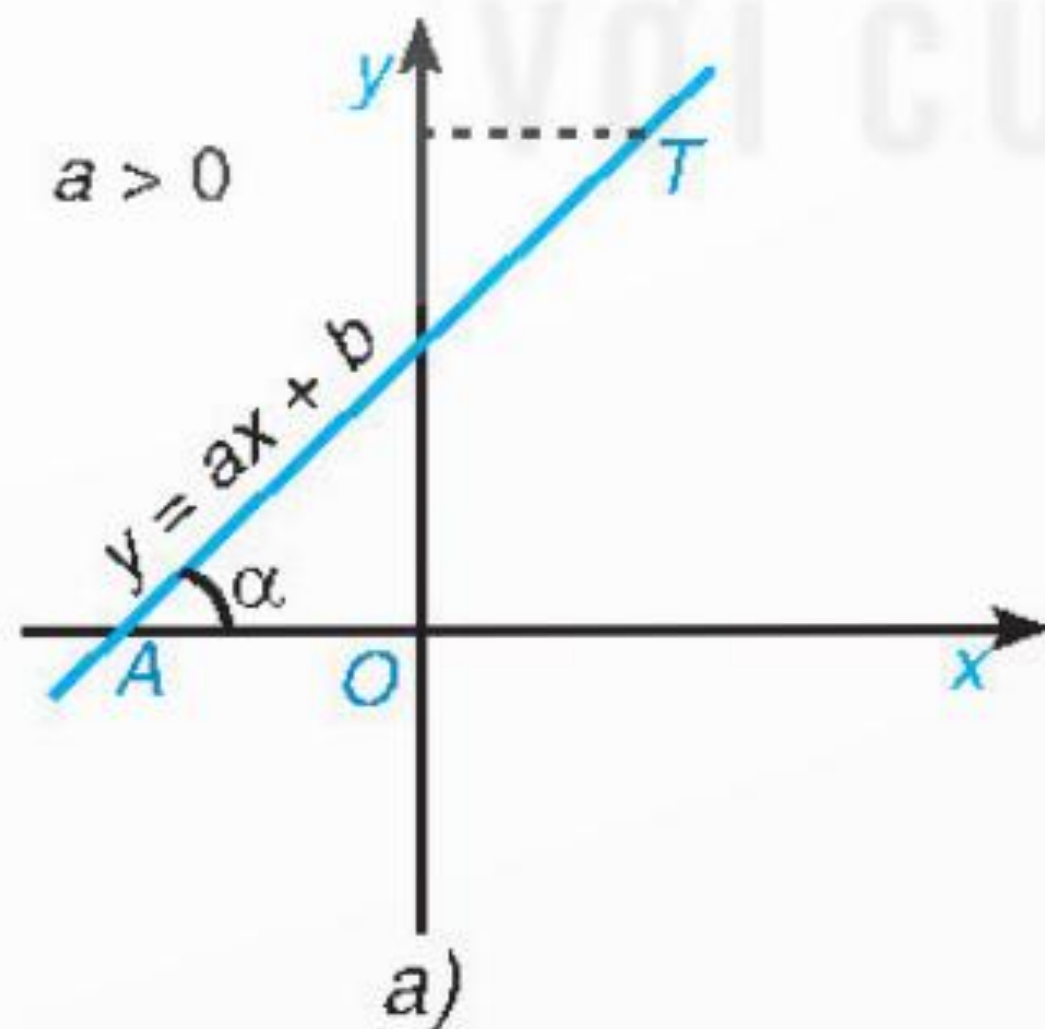
Anh có một cách nhanh hơn nhiều mà không cần vẽ hình. Trong bài học này chúng ta sẽ cùng tìm hiểu nhé!





Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox

Trong mặt phẳng Oxy , góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT , trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox , T là một điểm nào đó thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương. Chú ý rằng $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ (H.7.14).

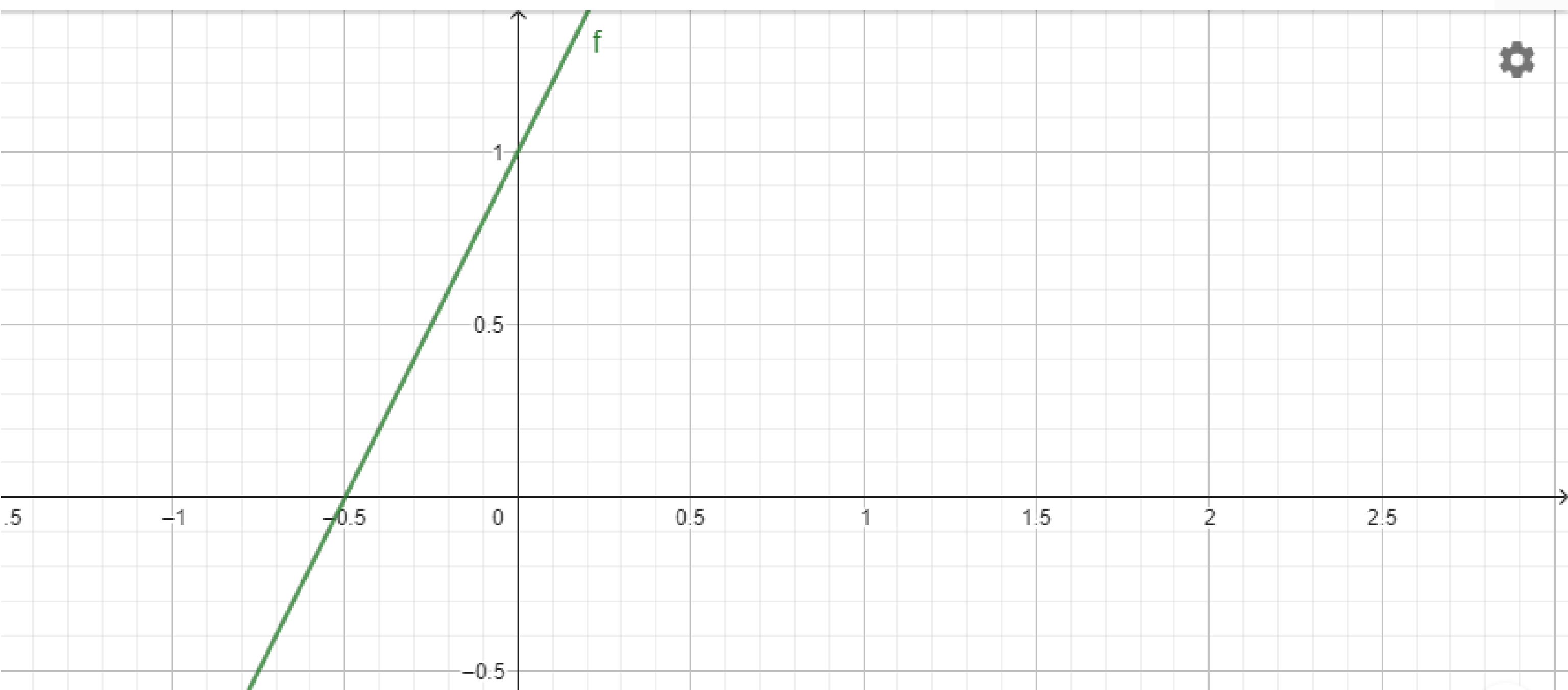
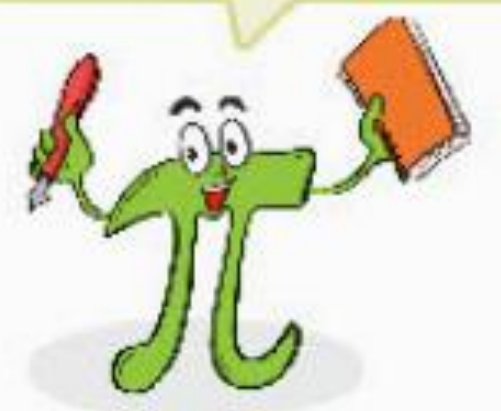


HĐ 1 Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ hai đường thẳng sau:

$$(d): y = 2x + 1 \text{ và } (d''): y = -2x + 1.$$

- So sánh góc tạo bởi đường thẳng (d) và trục Ox với 90° .
- So sánh góc tạo bởi đường thẳng (d'') và trục Ox với 90° .

Hãy để ý: Dấu của hệ số a và so sánh góc tương ứng với 90° .

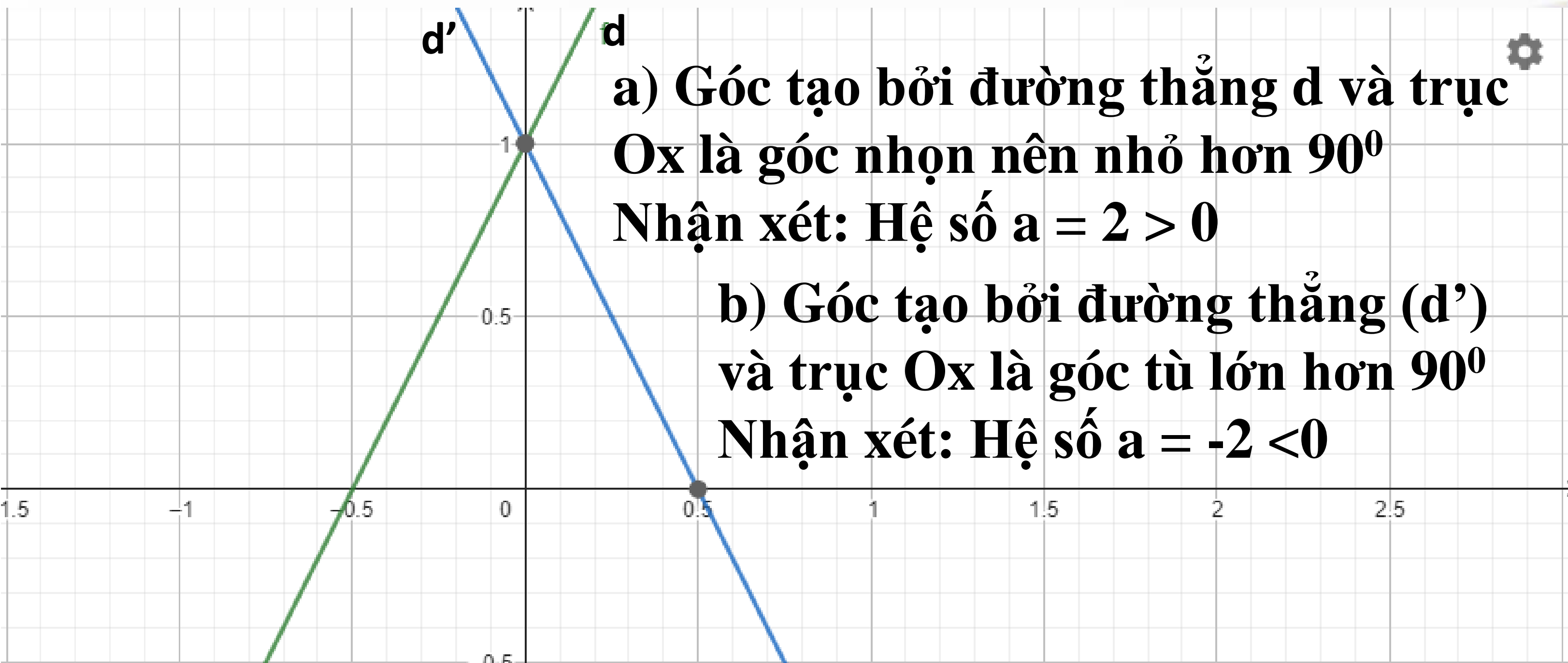
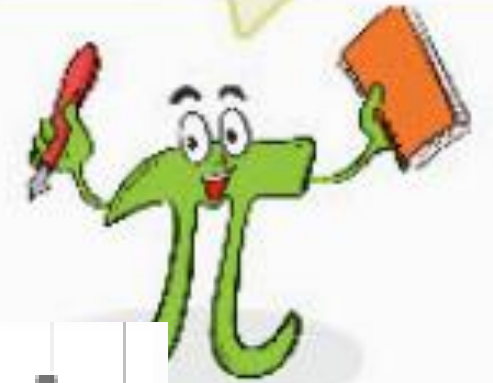


HĐ 1 Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ hai đường thẳng sau:

$$(d): y = 2x + 1 \text{ và } (d'): y = -2x + 1.$$

- So sánh góc tạo bởi đường thẳng (d) và trục Ox với 90° .
- So sánh góc tạo bởi đường thẳng (d') và trục Ox với 90° .

Hãy để ý: Dấu của hệ số a và so sánh góc tương ứng với 90° .



HĐ2 Từ kết quả của HĐ1, em có nhận xét gì về quan hệ giữa hệ số a của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox ?

- Hệ số $a > 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc nhọn.
- Hệ số $a < 0$ thì góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc tù.

Vì có sự liên quan giữa hệ số a với góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox nên ta có định nghĩa sau:

Ta gọi a là **hệ số góc** của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).



Xác định hệ số góc của mỗi đường thẳng sau:

$$y = 3x - 1; \quad y = 2 - x; \quad y = \frac{1}{2}(x - 1).$$

Nhận xét

- Khi hệ số góc a dương, đường thẳng $y = ax + b$ đi lên từ trái sang phải. Góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc nhọn (H.7.14a).
- Khi hệ số góc a âm, đường thẳng $y = ax + b$ đi xuống từ trái sang phải. Góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc tù (H.7.14b).

Ví dụ 1

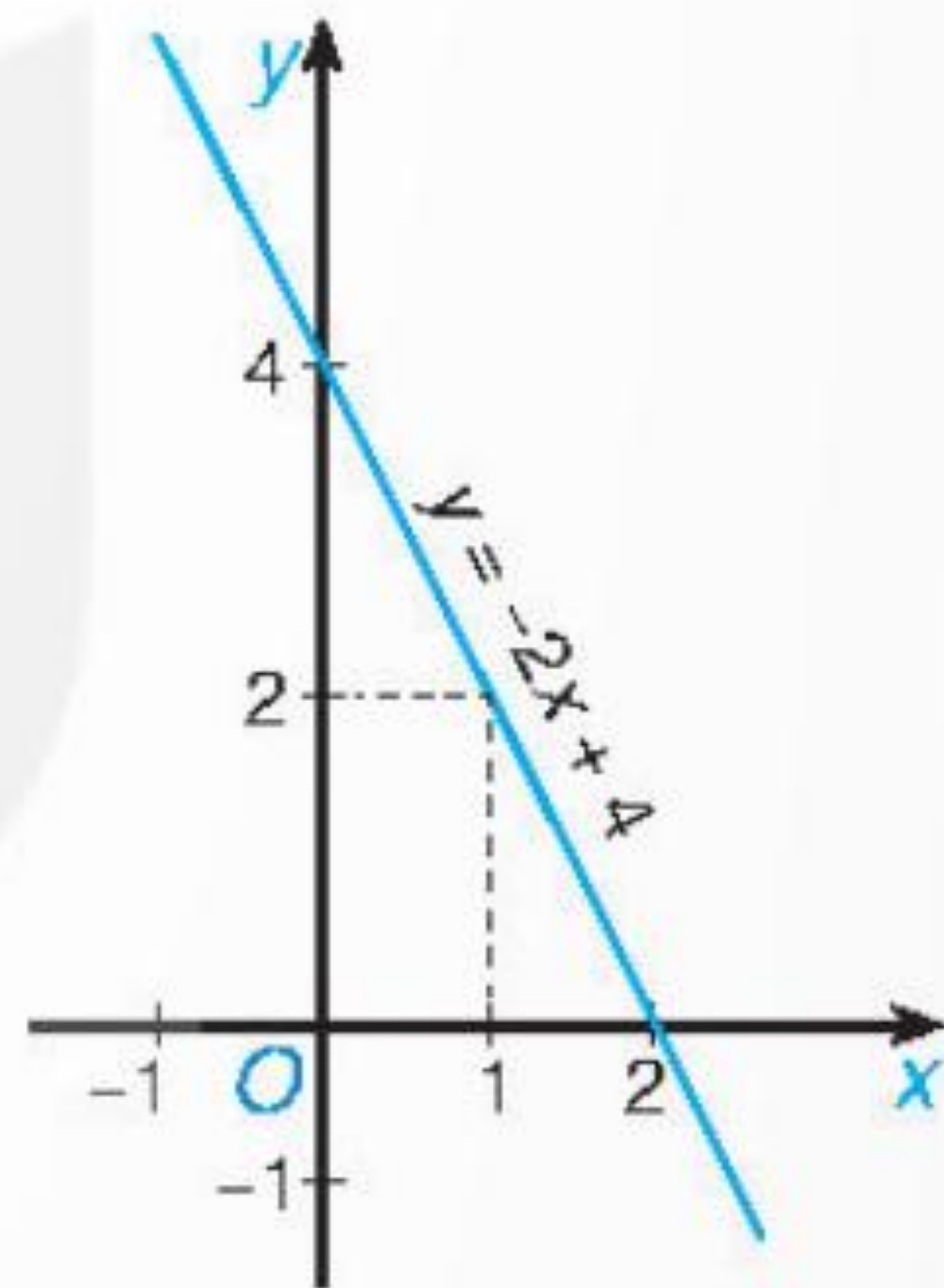
Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc $a = -2$ và đi qua điểm $(1; 2)$.

Hàm số bậc nhất cần tìm có dạng $y = -2x + b$.

Vì đường thẳng đi qua điểm $(1; 2)$ nên ta có:

$$2 = -2 \cdot 1 + b, \text{ suy ra } b = 4.$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -2x + 4$.



Luyện tập 1

VỚI CUỘC SỐNG

Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc là 3 và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 .

Theo đề, hàm số bậc nhất cần tìm có hệ số góc là 3 có dạng: $y = 3x + b$.

Đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ là -1 tức là đường thẳng đi qua điểm $(0; -1)$ nên ta có:

$$1 = 3 \cdot 0 + b, \text{ suy ra } b = -1$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 3x - 1$



Tranh luận

Đường thẳng $y = \frac{2x + 1}{2}$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

Đường thẳng này có hệ số góc $a = 2$.



Không đúng, đường thẳng này có hệ số góc $a = 1$.



Theo em, bạn nào trả lời đúng, bạn nào trả lời sai? Vì sao?

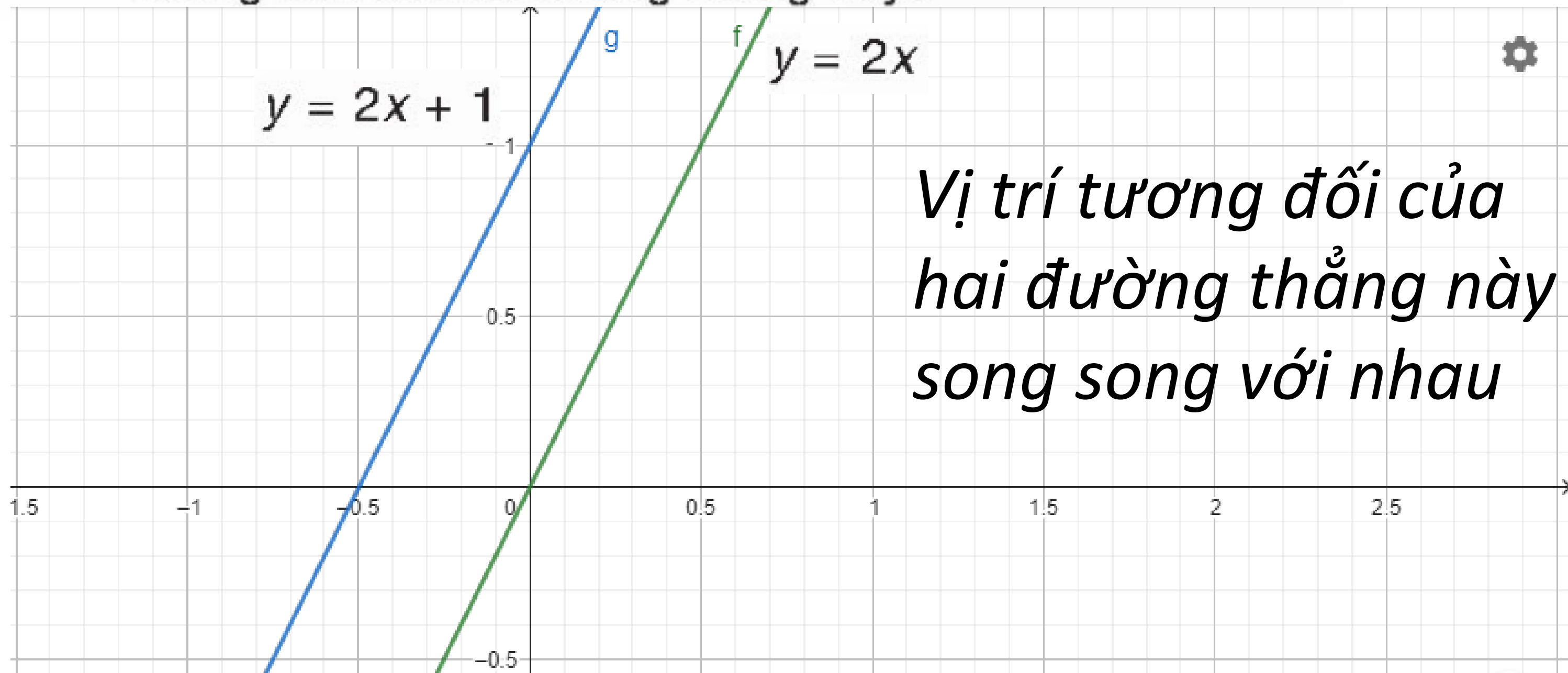
2 ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU



Nhận biết hai đường thẳng song song

HĐ3

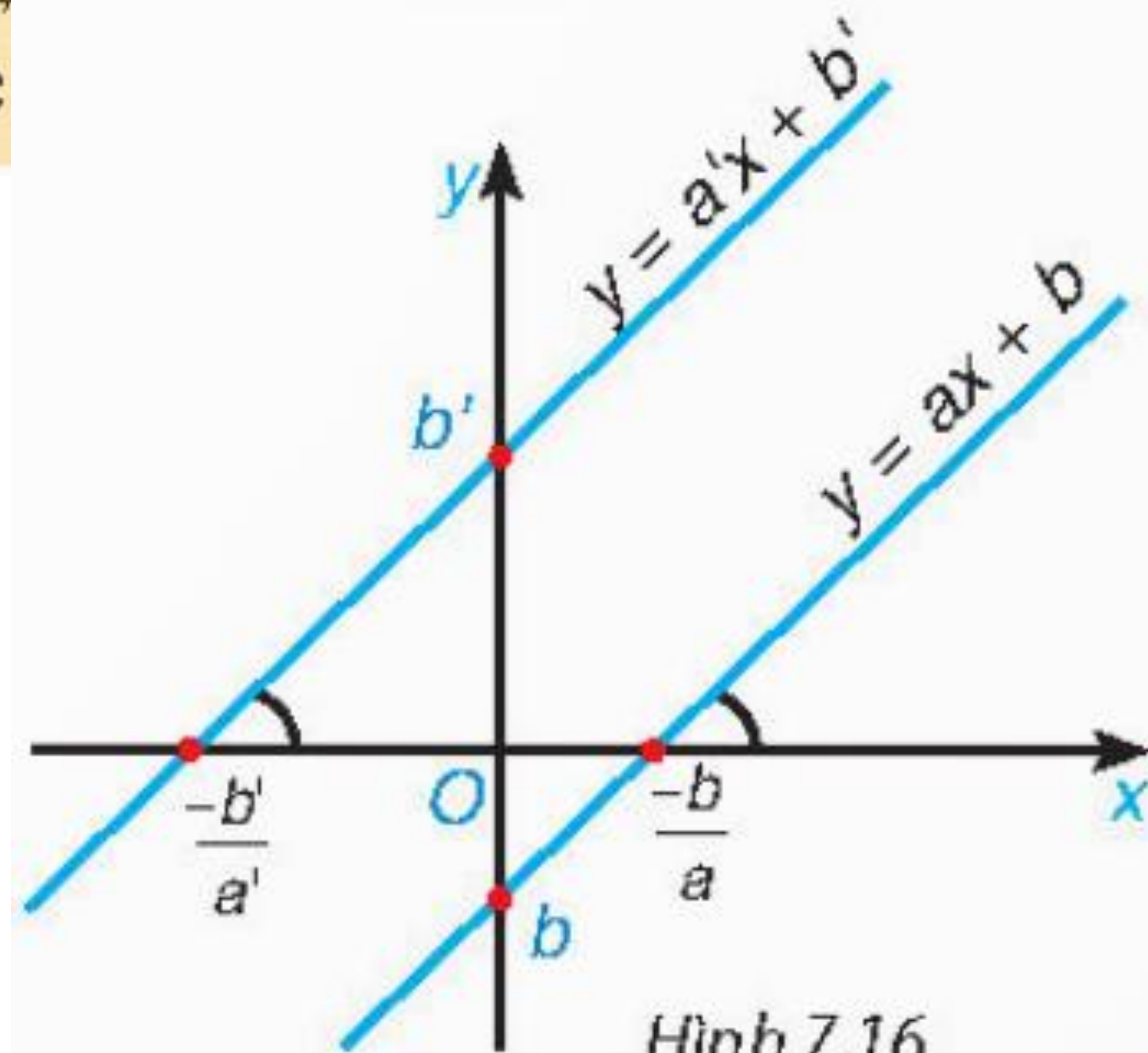
Trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ hai đường thẳng $y = 2x$ và $y = 2x + 1$. Có nhận xét gì về vị trí tương đối của hai đường thẳng này?



Vị trí tương đối của hai đường thẳng này song song với nhau

TỔNG QUÁT

Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau khi $a = a'$, $b \neq b'$ và ngược lại; trùng nhau khi $a = a'$, $b = b'$ và ngược lại.



Hình 7.16

Hai đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) song song với nhau khi $a = a'$, $b \neq b'$ và ngược lại; trùng nhau khi $a = a'$, $b = b'$ và ngược lại.



Tìm các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = 2x + 1$;

b) $y = -1 - 2x$;

c) $y = 2 + 2x$;

d) $y = -1 + 2x$.

Ví dụ 2

Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = (m + 1)x + 2$ ($m \neq -1$) song song với đường thẳng $y = -2x + 1$.

Hai đường thẳng đã cho song song với nhau khi $m + 1 = -2$, tức là $m = -3$.

Giá trị này thoả mãn điều kiện $m \neq -1$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m = -3$.



Nhận biết hai đường thẳng cắt nhau

HĐ4

Cho hai đường thẳng $y = 2x - 1$ và $y = x - 3$. Bằng cách so sánh hai hệ số góc, hãy cho biết hai đường thẳng này có song song hay trùng nhau không.

Đường thẳng $y = 2x - 1$ có hệ số góc là 2

Đường thẳng $y = x - 3$ có hệ số góc là 1

Nhận xét hệ số góc hai đường thẳng này không bằng nhau nên hai đường thẳng này không song song hay trùng nhau.



Tìm các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = 2x + 1$;

b) $y = 2x$;

c) $y = 2 + 2x$;

d) $y = 1 - 2x$.

Ví dụ 3

Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = mx - 2$ ($m \neq 0$) cắt đường thẳng $y = -2x + 1$.

Hai đường thẳng đã cho cắt nhau khi $m \neq -2$.

Kết hợp với điều kiện đã cho, ta được các giá trị m cần tìm là: $m \neq 0$ và $m \neq -2$.

Luyện tập 2 Cho hai hàm số bậc nhất $y = 2mx + 1$ và $y = (m - 1)x + 2$.

Tìm các giá trị của m để đồ thị của hai hàm số đã cho là:

- Hai đường thẳng song song với nhau.
- Hai đường thẳng cắt nhau.

Điều kiện: $m \neq 0$ và $m \neq 1$

a) Hai đường thẳng đã cho song song với nhau khi $2m = m - 1$, tức là $m = -1$ (Thỏa điều kiện). Vậy giá trị m cần tìm là $m = -1$

b) Hai đường thẳng cắt nhau khi $2m \neq m - 1$, tức là $m \neq -1$. Kết hợp điều kiện ta được giá trị m cần tìm là $m \neq 0$, $m \neq -1$ và $m \neq 1$



Thử thách nhỏ

Liệu hai đường thẳng phân biệt với cùng hệ số góc, có thể có:

- Cùng giao điểm với trục Ox không?
- Cùng giao điểm với trục Oy không?

Hai đường thẳng có cùng hệ số góc có hai vị trí tương đối là song song hoặc trùng nhau. Theo đề cho hai đường thẳng phân biệt nên hai đường thẳng này chỉ song song với nhau nên không có điểm chung.

- Không có cùng giao điểm với trục Ox .
- Không có cùng giao điểm với trục Oy .

Vận dụng

Em hãy trình bày cách làm của anh Pi để trả lời câu hỏi của bạn Vương trong *tình huống mở đầu*.

Làm thế nào để biết hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ song song hay cắt nhau nhỉ?



BÀI TẬP

7.30. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $(1; -2)$ và có hệ số góc là 3.

7.30. Hàm số cần tìm có dạng $y = 3x + b$. Vì đường thẳng đi qua điểm $(1; -2)$ nên ta có:
 $-2 = 3 \cdot 1 + b$, tức là $b = -5$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = 3x - 5$.

7.31. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc là -2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

7.31. Hàm số cần tìm có dạng $y = -2x + b$. Vì đường thẳng cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 nên ta có: $0 = -2 \cdot 3 + b$, hay $b = 6$.

7.32. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau và các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = -x + 1$;

b) $y = -2x + 1$;

c) $y = -2x + 2$;

d) $y = -x$.

7.32. Các cặp đường thẳng song song là:

$y = -x + 1$ và $y = -x$ (vì chúng có cùng hệ số góc là -1);

$y = -2x + 1$ và $y = -2x + 2$ (vì chúng có cùng hệ số góc là -2).

Các cặp đường thẳng cắt nhau là: $y = -x + 1$ và $y = -2x + 1$; $y = -x + 1$ và $y = -2x + 2$;

$y = -x$ và $y = -2x + 1$; $y = -x$ và $y = -2x + 2$.

7.33. Cho hai hàm số bậc nhất $y = mx - 5$ và $y = (2m + 1)x + 3$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hai hàm số là:

- a) Hai đường thẳng song song với nhau.
- b) Hai đường thẳng cắt nhau.

7.33. Điều kiện: $m \neq 0$, $2m + 1 \neq 0$, hay $m \neq 0$ và $m \neq -\frac{1}{2}$.

a) Hai đường thẳng đã cho song song khi $m = 2m + 1$, suy ra $m = -1$. Giá trị này thoả mãn điều kiện $m \neq 0$ và $m \neq -\frac{1}{2}$. Vậy giá trị m cần tìm là $m = -1$.

b) Hai đường thẳng cắt nhau khi $m \neq 2m + 1$, hay $m \neq -1$. Kết hợp với điều kiện, ta được $m \neq 0$, $m \neq -\frac{1}{2}$ và $m \neq -1$.

7.34. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -3x + 1$ và đi qua điểm $(2; 6)$.

7.34. Gọi hàm số cần tìm là $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Vì đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = -3x + 1$ nên $a = -3$ và $b \neq 1$.
Suy ra $y = -3x + b$ ($b \neq 1$).

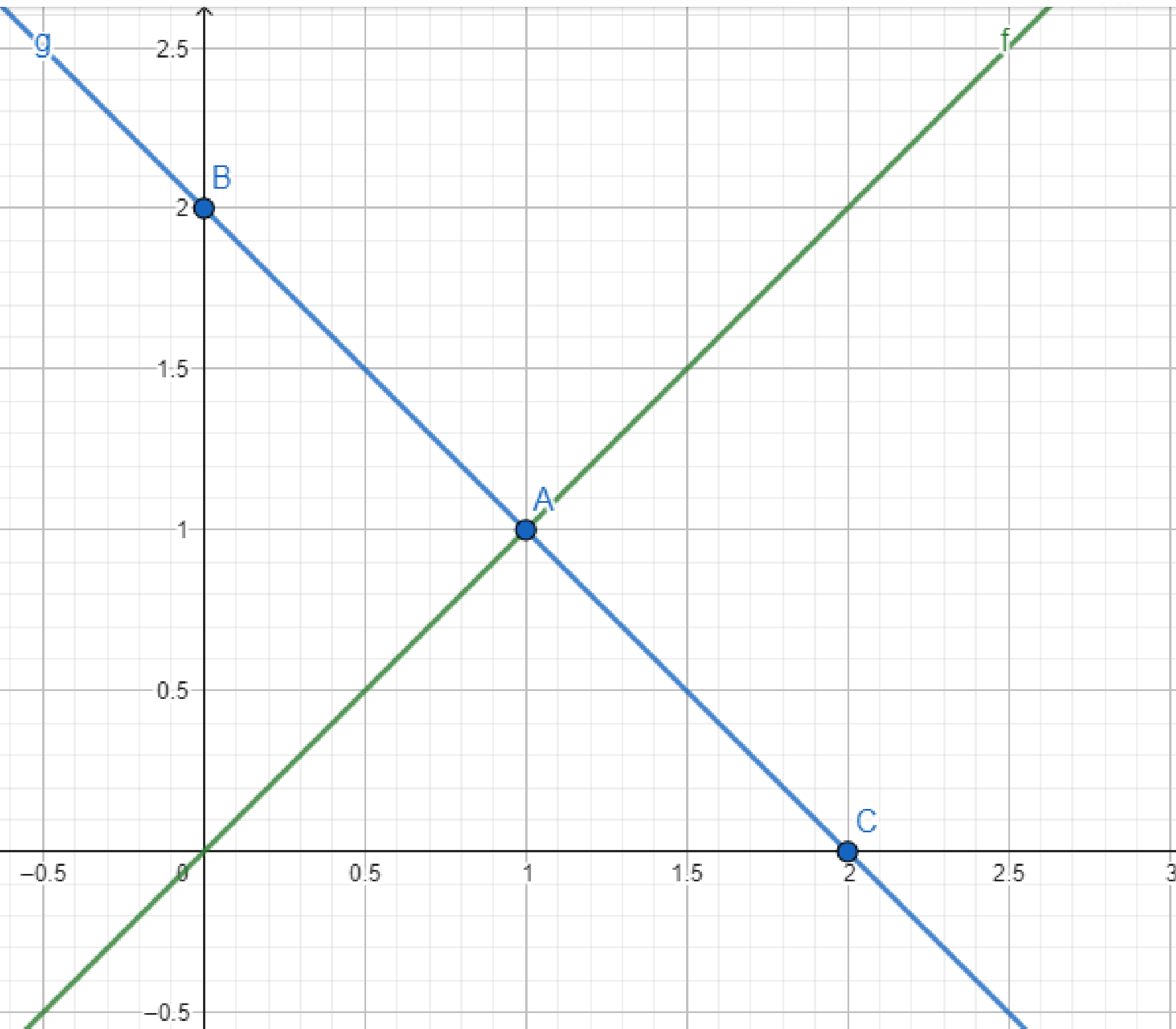
Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 6)$ nên ta có $6 = -3 \cdot 2 + b$ hay $b = 12$. Giá trị này thoả mãn điều kiện $b \neq 1$. Vậy hàm số cần tìm là $y = -3x + 12$.

7.35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$.

- Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm giao điểm A của hai đường thẳng đã cho.
- Gọi B là giao điểm của đường thẳng $y = -x + 2$ và trục Ox . Chứng minh rằng tam giác OAB vuông tại A , tức là hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$ vuông góc với nhau.
- Có nhận xét gì về tích hai hệ số góc của hai đường thẳng đã cho?

7.35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$.

a) Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.



7.35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$.

b) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng đã cho.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho là: $x = -x + 2$.

Giải phương trình này ta được $x = 1$.

Vậy hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm $A(1; 1)$.

7.35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$.

c) Gọi B là giao điểm của đường thẳng $y = -x + 2$ và trục Ox . Chứng minh rằng tam giác OAB vuông tại A , tức là hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$ vuông góc với nhau.

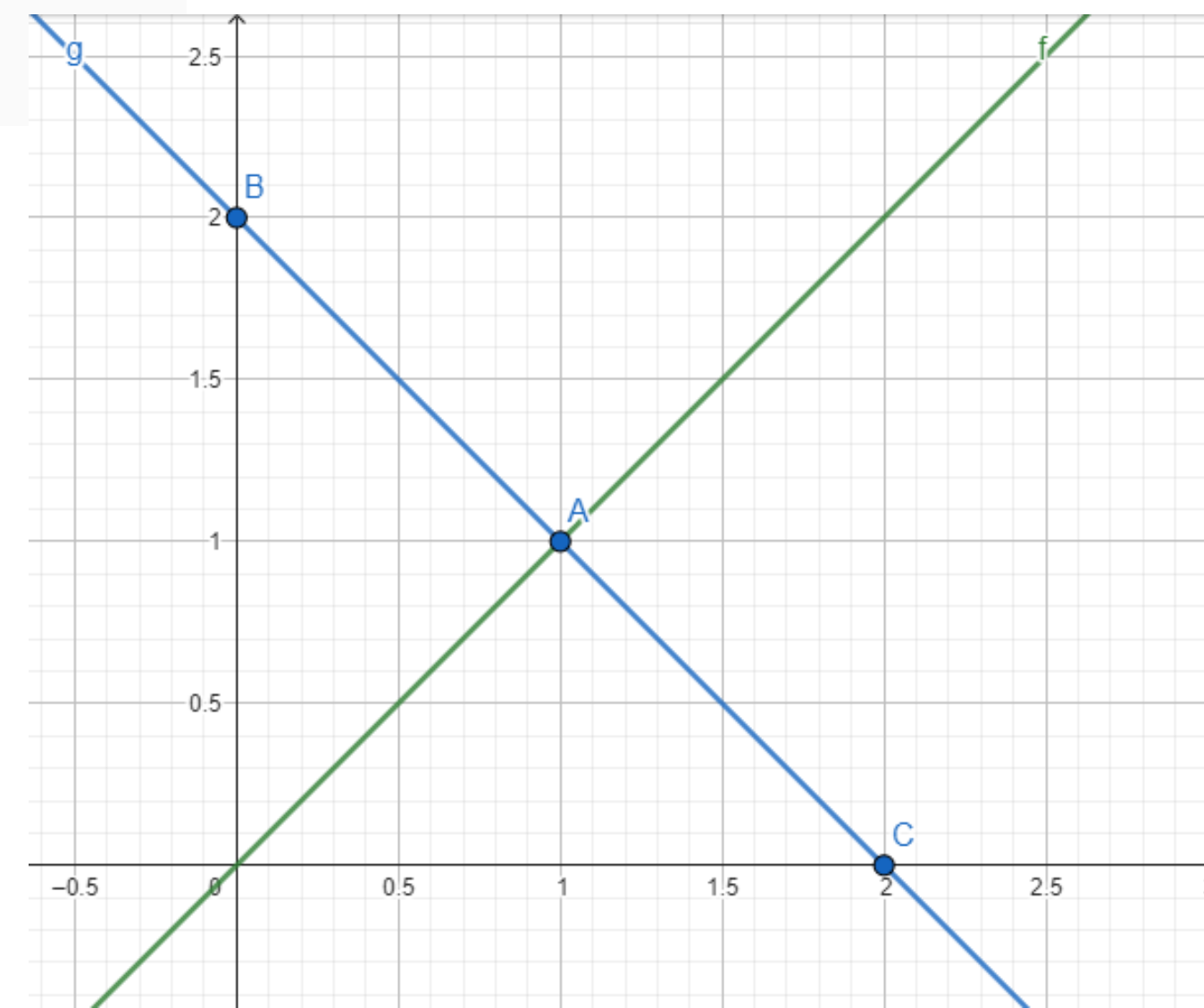
c) Cho $y = 0$ ta được $-x + 2 = 0$ hay $x = 2$, suy ra $B(2; 0)$.

Gọi C là giao điểm của đường thẳng $y = -x + 2$ và trục Oy . Suy ra $C(0; 2)$. Dễ thấy tam giác OBC vuông cân tại O (vì $OB = OC = 2$).

Xét hai tam giác OAB và OAC có: cạnh OA chung; $OB = OC$; $\widehat{OBA} = \widehat{OCA}$.

Do đó $\triangle OAB = \triangle OAC$, từ đó suy ra $AB = AC$. Điều này chứng tỏ A là trung điểm của

BC , mà $\triangle OBC$ cân tại O nên $OA \perp AB$, tức là $\triangle OAB$ vuông tại A .



Gợi ý có thể sử dụng định lý Pythagore thuận và đảo để làm câu c nếu đã được học

7.35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$.

- Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm giao điểm A của hai đường thẳng đã cho.
- Gọi B là giao điểm của đường thẳng $y = -x + 2$ và trục Ox . Chứng minh rằng tam giác OAB vuông tại A , tức là hai đường thẳng $y = x$ và $y = -x + 2$ vuông góc với nhau.
- Có nhận xét gì về tích hai hệ số góc của hai đường thẳng đã cho?

d) Ta có $a \cdot a' = 1 \cdot (-1) = -1$, nghĩa là khi hai đường thẳng vuông góc với nhau thì tích hai hệ số góc bằng -1 .

HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

1

Ghi nhớ kiến thức trong bài

2

Hoàn thành bài tập SGK, SBT

3

Chuẩn bị bài mới